Глава 10

Экономика благосостояния

Задача экономики благосостояния заключается в описании условий экономического оптимума [1]. Лица, проводящие ту или иную экономическую политику, могут пользоваться определенными инструментами в целях достижения оптимума — налогами, тарифами, политикой управления. Кроме того, существует гораздо более широкий круг вопросов оптимальных экономических систем. Принцип «управляющей руки» Адама Смита, означающий, что частные решения в конкурентной экономике являются социально оптимальными, в дальнейшем преобразовался в теорему об оптимальности совершенной конкуренции при определенных обстоятельствах и явился основой для разработки правила формирования цен в социалистической экономике. В процессе анализа этих широких проблем становится очевидным, что экономика и политика тесно взаимосвязаны. Например, одним из возможных методов установления рыночных цен могла бы служить система голосования с правилом большинства голосов или «диктаторство» [11, 12, 13, 14, 15]. Однако основным понятием экономики благосостояния, как оно введено здесь, является господство потребителя, означающее, что предпочтения индивидуального потребителя (и фирмы) должны включаться в какой-нибудь рациональный критерий экономического оптимума [2].

---

[1] Основная литература по экономике благосостояния: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

[2] Если принять допущение о том, что имеют значение индивидуальные предпочтения и некоторые другие разумные предпосылки, тогда придется, видимо, оставить надежду на существование разумной социальной структуры, которая поможет согласовать все индивидуальные различия. Согласно теореме (не)возможности Эрроу [14], в общем случае не существует последовательного способа получения социальной структуры из системы индивидуальных предпочтений, которая не являлась бы либо «диктаторской» (т. е. отражающей предпочтения только одного индивидуума), либо предписанной (т. е. в определенных альтернативах индивидуальные предпочтения не играют никакой роли). Для разумной социальной структуры должна существовать определенная система в индивидуальных предпочтениях, т. е. такая система, которая, возможно, связана с дальнейшим «выживанием» общества. См. [6].

Современный подход к экономике благосостояния основан на понятии «оптимальности по Парето», дающем необходимое условие экономического оптимума. Под *оптимумом по Парето* понимается ситуация, при которой никакое допустимое перераспределение продукции и/или затрат в экономике не может увеличить полезности для одного или нескольких потребителей, не уменьшив при этом уровень полезности для других. Экономический оптимум должен обязательно быть оптимумом по Парето, так как в противном случае некоторые потребители могут улучшить свое состояние, не ухудшая состояния других, т. е. возможно перераспределение, которое явно улучшает состояние некоторых потребителей. Однако существует много, можно сказать бесконечно много, возможных оптимальных по Парето ситуаций. Даже если все не оптимальные по Парето ситуации будут исключены, все же возникнет проблема выбора среди оставшихся одной ситуации, оптимальной по Парето. Этот конечный выбор является в большей степени задачей социальной, политической и этической, чем экономической, поскольку он поднимает вопрос сравнения полезностей или «заслуг». Критерий сравнения полезностей приобрел форму *функции социального благосостояния*, выражающей социальное благосостояние как функцию полезностей всех потребителей [1].

---

[1] Первые авторы, занимавшиеся проблемами экономики благосостояния, использовали в качестве критерия социального благосостояния (т. е. в качестве функции социального благосостояния) сумму (или среднюю взвешенную) индивидуальных полезностей потребителей, предполагая, что полезности аддитивны. «Новая экономика благосостояния» отвергла этот подход, так как порядковая сущность полезности исключала какое бы то ни было «межперсональное» сравнение полезности. Однако появление полезности фон Неймана — Моргенштерна привело к возрождению линейной функции социального благосостояния, в которой весами, примененными к индивидуальным полезностям потребителей, служили коэффициенты распределения. См. [16, 17].

10.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЗАДАЧИ В СЛУЧАЕ 2 × 2 × 2

Задачу экономики благосостояния можно проиллюстрировать геометрически в случае 2 × 2 × 2, в котором два вида неэластичных ресурсов используются при производстве двух видов товаров, которые распределяются между двумя потребителями [1].

Технологическая связь, характеризующая экономику, определяется двумя рядами изоквант, одним для каждого из двух видов товаров. Эти изокванты показаны на рис. 10.1, где фирма 1 использует ресурсы первого и второго видов для производства продукции вида 1 соответственно производственной функции

$$q_1 = f_1(r_1^1, r_2^1), \tag{10.1.1}$$

а фирма 2 использует ресурсы 1 и 2 при производстве продукции вида 2 соответственно производственной функции

$$q_2 = f_2(r_1^2, r_2^2), \tag{10.1.2}$$

где r_i^f обозначает затраты фактора i фирмой f, а q_j — выпуск товара j; $f = 1{,}2$; $i = 1{,}2$; $j = 1{,}2$.

[1] См. работы Батора [18], Кенена [19] и Ньюмана [20]. См. также задачу 10-Г.

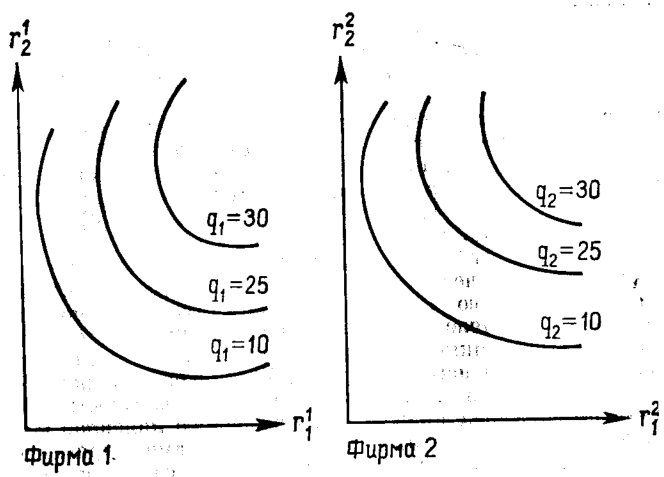

Рис. 10.1. Ряды изоквант для двух фирм.

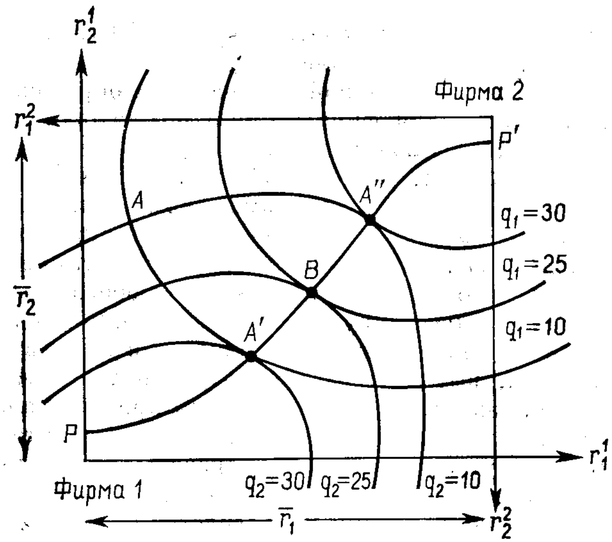

Рис. 10.2. Производственная прямоугольная диаграмма Эджворта — Боули.

Ресурсы поставляются неэластично, поэтому общий расход каждого вида затрат должен равняться общему наличному количеству

$$\begin{aligned} r_1^1 + r_1^2 &= \bar{r}_1 \\ r_2^1 + r_2^2 &= \bar{r}_2, \end{aligned} \tag{10.1.3}$$

где через $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$ обозначены наличные объемы ресурсов 1 и 2 соответственно. Эти уровни наличных ресурсов и технологическую связь можно геометрически изобразить на *производственной прямоугольной диаграмме Эджворта — Боули*, как на рис. 10.2. Размеры прямоугольника определяются заданными объемами двух ресурсов $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$. В нижнем левом углу прямоугольника на рис. 10.2 находится начало координатных осей фирмы 1, и r_1^1 и r_2^1 измеряются, начиная от этого угла. Аналогично правый верхний угол на рис. 10.2 — начало координатных осей для фирмы 2, и r_1^2 и r_2^2 измеряются, начиная от этого угла. Каждая точка прямоугольника, как, например, A, характеризуется шестью показателями: r_1^1, r_2^1, r_1^2, r_2^2, q_1 и q_2, которые удовлетворяют соотношениям (10.1.1), (10.1.2) и (10.1.3), т. е. производственным функциям и балансам ресурсов. На прямоугольной диаграмме изображены изокванты, при этом для фирмы 1 они определяются условиями $q_1 = 10$, $q_1 = 25$ и т. д., а для фирмы 2 — условиями $q_2 = 10$, $q_2 = 25$ и т. д. Кривая PP', соединяющая все точки касания между изоквантами фирмы 1 и фирмы 2, называется *производственной кривой*. Все точки этой кривой *эффективны в производстве* в том смысле, что не может быть произведено большее количество любого продукта без снижения выпуска другого. Точки вне производственной кривой не являются эффективными в производстве, что, очевидно, вытекает из рассмотрения точек A и B. Точка A не лежит на производственной кривой и поэтому не эффективна в производстве, так как переход из точки A в любую точку, лежащую на производственной кривой между A' и A'', приведет к увеличению производства обоих товаров. В точке A уровни производства определены как $q_1 = 10$, $q_2 = 10$. Передвижение из точки A в A' приведет к увеличению производства товара 2 с 10 до 30, не уменьшая производства товара 1, в то время как передвижение из A в A'' приведет к увеличению производства товара 1, не уменьшая производства товара 2. Передвижение из A в B ведет к увеличению производства обоих товаров. Точка B, находящаяся на производственной кривой, эффективна в производстве, так как невозможно перейти к точке, в которой бы увеличилось производство одного товара и не уменьшилось производство другого. Например, при передвижении из B вдоль изокванты $q_2 = 25$ выпуск товара 2 остается неизменным, но происходит уменьшение выпуска товара 1. Передвижение вдоль производственной кривой влечет за собой увеличение одного выпуска и одновременное сокращение другого. Например, при передвижении из B в A'' q_1 возрастает с 25 до 30, но q_2 уменьшается с 25 до 10.

Таким образом, точки, эффективные в производстве, которые лежат на производственной кривой, характеризуются равенством наклонов изоквант. А так как наклон изокванты определяет предельную норму технического замещения между затратами (отношение предельных продуктов), то условие эффективности в производстве для этой задачи примет вид

$$MRTS^1_{12} = MRTS^2_{12}, \tag{10.1.4}$$

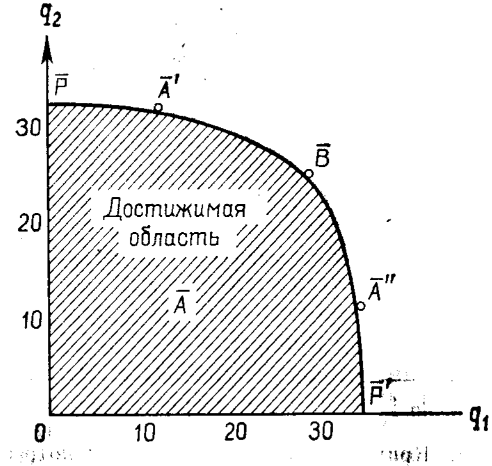

Рис. 10.3. Кривая производственных возможностей.

где через $MRTS^f_{ii'}$ обозначена предельная норма технического замещения между затратами вида i и i' в фирме f. Вообще эффективность в производстве требует равенства предельных норм технического замещения между двумя затратами во всех фирмах, которые используют эти затраты в своем производственном процессе.

Из множества точек, эффективных в производстве, которые составляют производственную кривую PP' на рис. 10.2, можно получить *кривую производственных возможностей* на рис. 10.3, если нанести совместные уровни выпуска двух товаров. Эта кривая показывает максимально возможные комбинации уровней выпуска. Например, точка B на рис. 10.2 определяет точку $\bar{B}$ на рис. 10.3, в которой $q_1 = 25$, $q_2 = 25$. Аналогично P, A', A'' и P' на рис. 10.2 соответствуют $\bar{P}$, $\bar{A}'$, $\bar{A}''$ и $\bar{P}'$ на рис. 10.3. Точки, лежащие выше или правее кривой производственных возможностей, недостижимы. Точки, лежащие ниже или слева от нее, достижимы; однако они соответствуют таким точкам на прямоугольной диаграмме Эджворта — Боули, которые не принадлежат производственной кривой. Например, точка A на рис. 10.2, которая не является оптимальной по Парето, соответствует точке $\bar{A}$ на рис. 10.3, лежащей в пределах достижимой области, но не на кривой

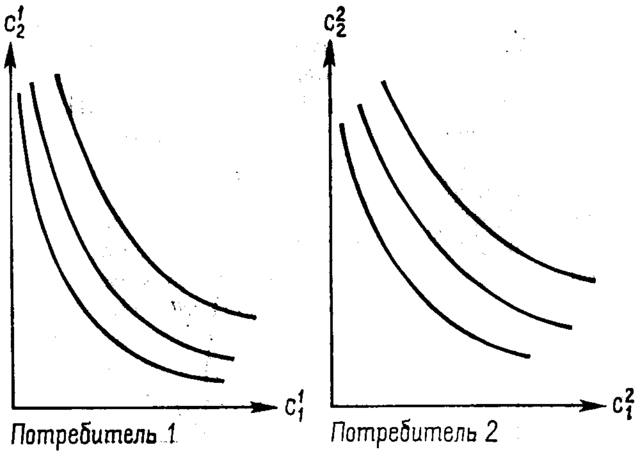

Рис. 10.4. Кривые безразличия для двух потребителей.

производственных возможностей. В дальнейшем предполагается, что достижимая область выпукла, как показано на рисунке.

Теперь рассмотрим проблему распределения товаров между двумя потребителями. Вкусы потребителей характеризуются двумя семействами кривых безразличия на рис. 10.4. Предположим, что можно построить функцию полезности. Тогда кривыми безразличия являются геометрические места точек, удовлетворяющие условиям

$$U^h = U^h(c_1^h, c_2^h) = \text{const}, \tag{10.1.5}$$

где U^h — полезность потребителя h, а c_j^h — потребление товара j потребителем h; $h = 1,2$; $j = 1,2$. Общее потребление обоих видов товаров должно равняться произведенным количествам этих товаров

$$\begin{aligned} c_1^1 + c_1^2 &= q_1 \\ c_2^1 + c_2^2 &= q_2. \end{aligned} \tag{10.1.6}$$

Точка на кривой производственных возможностей на рис. 10.3 показывает общий выпуск двух товаров. Поэтому каждую такую точку можно использовать при построении *прямоугольной диаграммы Эджворта — Боули для распределения*, которая показана на рис. 10.5. Кривая производственных возможностей показана здесь,

как на рис. 10.3. Если задана точка $0'$ на этой кривой, то прямоугольник строится так, чтобы углы его находились в 0 и $0'$. Тогда угол 0 принимается за начало координат для кривых безразличия потребителя 1, а угол $0'$ — в качестве начала координат для кривых безразличия потребителя 2. Каждая точка в прямоугольнике, как, например, C, характеризуется шестью показателями: c_1^1, c_2^1, c_1^2, c_2^2, U^1 и U^2, которые удовлетворяют условиям (10.1.5) и (10.1.6). Кривая AA', представляющая собой геометрическое место точек касания двух множеств кривых безразличия, является *договорной кривой*. Все точки этой кривой оптимальны по Парето, а все остальные точки — нет. Например, точка C, не лежащая на этой кривой, не оптимальна по Парето, так как можно улучшить положение потребителя 2, не ухудшая положения потребителя 1, если перейти из C в C'. Аналогично переход из C в C'' улучшит положение первого потребителя, не ухудшая положения второго

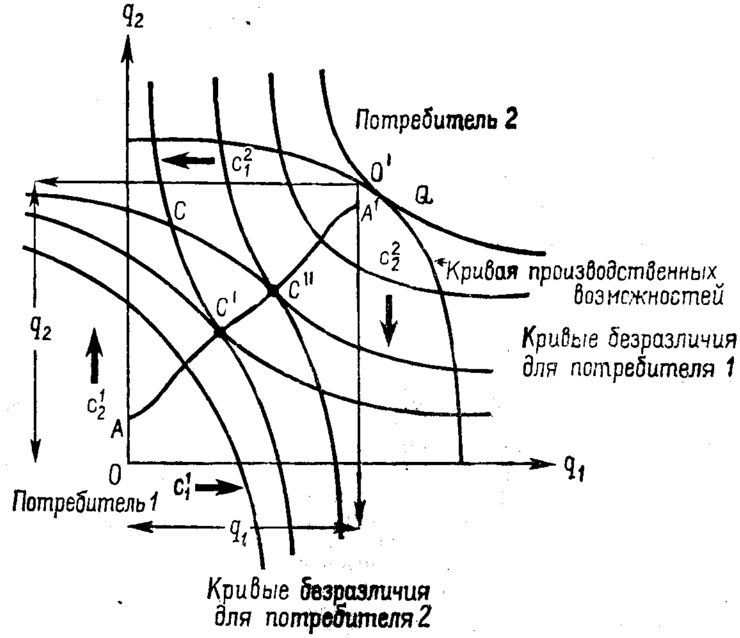

Рис. 10.5. Прямоугольная диаграмма Эджворта — Боули для распределения.

потребителя[1]. Однако вдоль договорной кривой увеличение полезности одного потребителя вызывает уменьшение полезности другого. Поэтому договорную кривую иногда называют «конфликтной».

Таким образом, точки, оптимальные по Парето, принадлежат договорной кривой и характеризуются равенством наклонов кривых безразличия. Так как наклон кривой безразличия определяет предельную норму замещения между товарами (отношение предельных полезностей), условия оптимальности по Парето для распределения в этой задаче примут вид

$$MRS^1_{12} = MRS^2_{12}, \tag{10.1.7}$$

где через $MRS^h_{jj'}$ обозначена предельная норма замещения между товарами j и j' для потребителя h. Вообще оптимальность по Парето требует равенства предельных норм замещения двух товаров для всех потребителей, имеющих эти товары.

Так как используемые до сих пор графики не дают четкой иллюстрации этого факта, введем еще одно важное необходимое условие экономического оптимума, которое можно наглядно показать на рис. 10.5. Для экономического оптимума необходимо, чтобы (общие) предельные нормы замещения двух товаров были равны предельной норме преобразования товаров, которая определяется как наклон кривой производственных возможностей, MRT_{12}. Таким образом,

$$MRS^1_{12} = MRS^2_{12} = MRT_{12}. \tag{10.1.8}$$

Необходимость этого дополнительного равенства очевидна в случае только одного потребителя. Тогда на рис. 10.5

[1] В «обменной» экономике, в которой фиксированы количества товаров, если C на рис. 10.5 определяет начальное распределение товаров между двумя потребителями, то единственной «особой» частью договорной кривой является $C'C''$. Эта часть договорной кривой в терминах теории игр называется *ядром*, под которым понимается множество недоминирующих исходов, удовлетворяющих и индивидуальной рациональности (ни один потребитель не должен ухудшить свое состояние) и совместной рациональности (оптимальность по Парето) для каждого множества потребителей (см. раздел 6.4). Современные исследователи-теоретики показали, что конкурентное равновесие всегда лежит в ядре и что по мере беспредельного увеличения числа потребителей ядро $C'C''$ сокращается и в пределе является множеством распределения, полученным при конкурентном равновесии. См. [21, 22, 23, 24, 25, 26].

оптимум находился бы в Q, точке касания кривой безразличия потребителя 1 и кривой производственных возможностей. Это условие касания задается равенством наклонов $MRS^1_{12} = MRT_{12}$. В случае двух потребителей точку, не удовлетворяющую равенству предельной нормы преобразования, наклона кривой производственных возможностей в O′ и общих предельных норм замещения — общих наклонов кривых безразличия, проходящих через выбранную точку на договорной кривой,— можно улучшить, выбрав другую, лежащую на кривой производственных возможностей. Тогда на новой прямоугольной диаграмме Эджворта — Боули для распределения может быть показано увеличение уровня полезности одного потребителя без уменьшения уровня полезности другого.

Следующий шаг будет состоять в рассмотрении уровней полезности двух потребителей в точке (или точках) на рис. 10.5, которая принадлежит договорной кривой и удовлетворяет вышеприведенному требованию, что (общие) предельные нормы замещения должны равняться предельным нормам преобразования (10.1.8). Такие точки принадлежат пространству полезностей (U^1, U^2), а множество точек, соответствующих точкам производственных возможностей на кривой производственных возможностей, образует *кривую возможных полезностей*, изображенную на рис. 10.6. Эта кривая показывает максимально возможные комбинации уровней полезностей и представляет собой границу допустимой области. Она является огибающей *кривых полезностей*, каждая из которых характеризует геометрическое место комбинаций полезностей, связанных с договорной кривой некоторой точкой, принадлежащей кривой производственных возможностей. Однако единственной точкой (или точками) на какой-либо кривой полезности, которая касается кривой возможных полезностей, является точка, удовлетворяющая условию (10.1.8).

Кривая возможных полезностей характеризует максимально возможную полезность одного потребителя при заданной полезности другого и представляет собой множество экономических оптимумов или точек, оптимальных по Парето. За любой точкой этой кривой кроются условия эффективности и оптимальности по Парето. В общем случае при движении вдоль этой кривой необ-

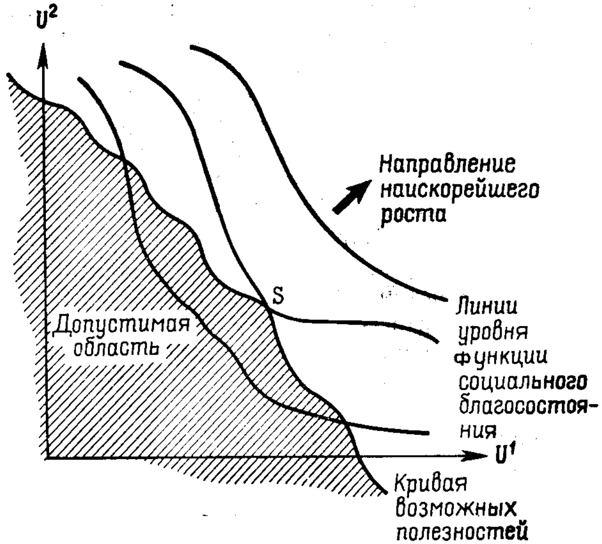

Рис. 10.6. Кривая возможных полезностей и социальный оптимум.

ходимо изменение структуры выпуска и перераспределение ограниченных ресурсов в экономике.

Для того чтобы выбрать единственную точку на кривой возможных полезностей, необходимо ввести этическое понятие «заслуги», определяемое функцией социального благосостояния

$$W = W(U^1, U^2), \qquad (10.1.9)$$

подлежащей максимизации. Предполагается, что социальное благосостояние W положительно зависит от обоих уровней полезности, т. е. если полезность одного потребителя возрастает в то время, как полезность другого остается неизменной, то социальное благосостояние увеличивается

$$\frac{\partial W}{\partial U^h} > 0, \quad h = 1, 2, \qquad (10.1.10)$$

где через $\partial W/\partial U^h$ обозначена *предельная социальная значимость* потребителя h. Однако сравнения взаимовлияний полезностей двух потребителей невозможны, поэтому полезности нельзя складывать. На самом деле, функции

полезности могут быть подвергнуты любому монотонному строго возрастающему преобразованию.

На рис. 10.6 показаны линии уровня и направление наискорейшего роста для некоторой функции социального благосостояния. Социальный оптимум находится в точке S — точке на кривой возможных полезностей, в которой достигается наивысший уровень социального благосостояния, т. е. наивысшая возможная линия уровня функции социального благосостояния. Комбинация полезностей в S определяет некоторую структуру выпуска, а именно такую же, как на прямоугольной диаграмме Эджворта — Боули для распределения на рис. 10.5, дающей эту же комбинацию полезностей. Тогда определенная структура продукции влечет за собой некоторое распределение ресурсов, а именно такое же, как на прямоугольной диаграмме Эджворта — Боули для производства на рис. 10.2, соответствующее этой же комбинации товаров. Таким образом, в процессе последовательных шагов социальный оптимум определяет социально оптимальные уровни продукции и затрат [1].

Основные теоремы экономики благосостояния, которые доказываются при большей степени общности в следующем параграфе, связывают эффективные точки кривой возможных полезностей с условиями конкурентной экономики, в которой все потребители и фирмы пользуются заданными ценами. Эти теоремы утверждают, что при определенных условиях конкурентное равновесие оптимально по Парето и что любое оптимальное по Парето распределение ресурсов может быть достигнуто в конкурентной экономике с определенным множеством цен и распределением ресурсов собственников. Здесь можно рассмотреть иллюстрации этих теорем, используя теорию потребления и теорию фирмы, изложенные в гл. 7 и 8.

Рассмотрим условия эффективности в производстве, показанные геометрически как производственная кривая

[1] Линии уровня функции социального благосостояния в пространстве полезностей U^1, U^2 соответствуют линиям уровня в пространстве выпуска продукции (q_1, q_2) при условии, что полученный при этом доход оказывается оптимально перераспределенным между потребителями. Непересекающиеся линии уровня в пространстве выпуска продукции, соответствующие линиям уровня $W(U^1, U^2)$ в пространстве полезностей, называются *кривыми социального безразличия*. См. [27, 3, 28, 29].

на рис. 10.2. Условием оптимальности по Парето в производстве выступало равенство наклонов изоквант, т. е. равенство предельных норм технического замещения между затратами для двух фирм

$$MRTS^1_{12} = MRTS^2_{12}. \qquad (10.1.11)$$

В конкурентной экономике, однако, платы за факторы заданы, и максимизация прибыли требует касания изоквант и изокост, т. е.

$$MRTS^f_{12} = \frac{w_1}{w_2},\ f = 1, 2, \qquad (10.1.12)$$

где через w_1/w_2 обозначено соотношение оплат двух видов затрат, наклон изокост. Так как обе фирмы в условиях оптимальности приравнивают свои предельные нормы замещения к одному и тому же параметру — отношению оплат, то в конкурентной экономике предельные нормы технического замещения должны быть равны; иначе говоря, любое конкурентное равновесие эффективно в производстве [1]. Геометрически в любой точке производственной кривой на рис. 10.2 обе изокванты касаются одной и той же линии, наклон которой определяется соотношением плат за затраты.

Аналогичные рассуждения проводятся для оптимальности по Парето. В конкурентной экономике потребители пользуются заданными ценами, а максимизация полезности требует касания кривой безразличия и «бюджетной линии» (budget line), т. е.

$$MRS^h_{12} = \frac{p_1}{p_2},\ h = 1, 2. \qquad (10.1.13)$$

[1] Если цены продукции равны предельным издержкам производства, то после умножения на предельный продукт какого-либо фактора предельный продукт оказывается равным реальной плате за факторы (плате, деленной на цену продукта), поэтому предельная норма технического замещения, которая является соотношением предельных продуктов, равна соотношению плат. Такой метод анализа лежит в основе исследования эффективности цен, основанных на предельных издержках. См. [30, 31, 3, 32]. Некоторые авторы предполагали, что установление цен, пропорциональных предельным издержкам, будет достаточно для оптимума. Эта «гипотеза пропорциональности» оказывается неверной, если предложение факторов отвечает изменениям в оплатах или если продукт используется одновременно в качестве конечного и промежуточного товаров.

Таким образом, предельные нормы замещения равны

$$MRS^1_{12} = MRS^2_{12} = \frac{p_1}{p_2}, \qquad (10.1.14)$$

так как обе равны соотношению цен. На рис. 10.5 в любой точке договорной кривой обе кривые безразличия касаются одной и той же линии, наклон которой равен p_1/p_2.

Наконец, в конкурентной экономике предельная норма преобразования должна тоже равняться соотношению цен

$$MRT_{12} = \frac{p_1}{p_2}, \qquad (10.1.15)$$

так как в противном случае для одной фирмы будет выгодно использовать свои ресурсы в производстве другой продукции. Это условие вытекает из того факта, что предельная норма преобразования равна соотношению предельных издержек, а предельные издержки равны ценам в конкурентной экономике.

Вторая основная теорема экономики благосостояния утверждает, что при заданном множестве оптимальных по Парето затрат и выпусков (например, при социальном оптимуме S) они могут быть получены в условиях совершенной конкуренции, при которой соотношение оплат и соотношение цен задаются общими предельными нормами технического замещения и общими предельными нормами преобразования соответственно. Однако необходимо предположить, что собственность потребителей на факторы приносит им доход, необходимый для покупки по этим ценам товаров, предназначенных для них в S.

Перед тем как приступить к доказательству основных теорем экономики благосостояния при большой степени общности, важно еще раз остановиться на кратком рассмотрении утверждений этих теорем. Согласно теоремам, конкуренция оптимальна по Парето и любой оптимум по Парето можно достичь в условиях конкуренции. Это совсем не означает, что конкуренция необходима и достаточна для оптимальности по Парето. Конкуренция достаточна при определенных условиях, развитие этих условий (точнее, отсутствие этих условий), при которых оптимальность по Парето *не* достигается, представлено в разделе 10.3. В общем случае конкуренция не является необходимой, так как оптимальность по Парето может быть достигнута и без конкуренции. Например, всемогущий «диктатор» мог бы достичь оптимальности по Парето с помощью декрета вообще без использования системы цен [1].

10.2. КОНКУРЕНТНОЕ РАВНОВЕСИЕ И ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПО ПАРЕТО

Как уже было отмечено, основные теоремы экономики благосостояния связывают между собой равновесие в конкурентной экономике, при котором все потребители и фирмы пользуются заданными ценами с условиями оптимальности по Парето. Современный подход использует ряд понятий теории множеств для доказательства существования и оптимальности конкурентного равновесия [34, 35, 4, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45].

Предположим, что в экономике имеется n товаров, которые могут служить в качестве продуктов или факторов, причем товары устанавливаются на определенную дату и определенное место так, что один «физический» товар, поступивший в продажу в двух различных периодах времени или в двух разных местах, будет рассматриваться как два разных экономических товара.

Количество товаров n предполагается конечным, и считается, что каждый из них обладает свойством произвольной делимости. Некоторый набор товаров характеризуется вектором-столбцом $\mathbf{x}$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)', \tag{10.2.1}$$

[1] Выводом, достаточно важным для того, чтобы его рассматривали как третью основную теорему экономики благосостояния, является теорема «второго наилучшего», которая утверждает, что частичная оптимальность, как правило, не желательна. Согласно этой теореме, если некоторые условия оптимальности не могут выполняться, например если некоторые предельные нормы технического замещения оказываются не равными, то другие условия оптимальности вообще не являются условиями второго наилучшего оптимума, который определяется как оптимум при дополнительных ограничениях, означающих, что некоторые (первые наилучшие) условия оптимальности не могут выполняться. Таким образом, движение в направлении конкуренции, например движение к установлению цен, основанных на предельных издержках в каком-либо секторе, не обязательно желательно, если остальная часть экономики не конкурентна. См. [33] и задачу 3-Л.

где x_j — количество товара j; $j = 1, 2, \ldots, n$. Этот вектор определен в евклидовом n-мерном пространстве E^n, которое называется *пространством товаров*.

Цены в экономике определяются вектором-строкой

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n), \tag{10.2.2}$$

где p_j — цена товара j; $j = 1, 2, \ldots, n$. Цены не отрицательны, и по крайней мере одна из них не равна нулю

$$\mathbf{p} \geqslant 0, \ \mathbf{p} \neq 0, \text{ т. е. } p_j \geqslant 0 \text{ для всех } j, \quad p_j > 0 \text{ для некоторых } j. \tag{10.2.3}$$

Цены можно пронормировать, так как имеют значение только относительные цены, и одной из возможных нормализаций является такое измерение цен, при котором их сумма равна единице, т. е.

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1. \tag{10.2.4}$$

Так как рассматривается конкурентная экономика, то цены одинаковы для всех потребителей и фирм, пользующихся ими как заданными. Достаточными условиями конкуренции на каком-либо рынке являются следующие: товары однородны, покупатели и продавцы анонимны, осведомлены и многочисленны, «входы» и «выходы» фирмы свободны. Однако эти условия не являются необходимыми. Например, если в социалистической экономике центральный плановый орган устанавливает цены, налагает большие штрафы за самовольное изменение цен, поддерживает порядок на рынке, то конкуренция на рынке все же будет существовать (в смысле параметрических цен) [1].

Каждая из F фирм в экономике должна установить уровни затрат и выпуска продукции для максимизации прибыли, учитывая технологические возможности. Если выпуски продукции определяются как положительные уровни товаров, а затраты как отрицательные, то

[1] См. [46, 47, 48, 49, 50, 51, 45, 52]. Оптимальность по Парето будет гарантирована, если цены, установленные центральным плановым органом, являются теневыми ценами (множителями Лагранжа), полученными при решении задачи максимизации благосостояния при ограничениях, аналогичных ограничениям задачи 10-Г. Такие цены называются *ценами Ланге — Лернера*.

фирма f должна выбрать *вектор затрат — выпуска* $\mathbf{y}^f$ из пространства товаров

$$\mathbf{y}^f=(y_1^f, y_2^f, \ldots, y_n^f)', \qquad (10.2.5)$$

где y_j^f — выпуск (затраты) товара j фирмой f и предполагается, что y_j^f положителен (отрицателен); $f=1, 2, \ldots, F$. Технологические возможности фирмы f характеризуются множеством допустимых векторов затрат — выпуска, которые образуют *множество производственных возможностей* Y^f, являющееся подмножеством пространства товаров. Фирма f должна выбрать вектор затрат — выпуска из ее множества производственных возможностей

$$\mathbf{y}^f \in Y^f, \quad f=1, 2, \ldots, F. \qquad (10.2.6)$$

Эти условия являются более общими и заменяют производственные функции, которые использовались раньше. Предполагается, что каждое множество производственных возможностей есть замкнутое подмножество пространства товаров, содержащее начало координат

$$Y^f \text{ замкнуто}, \ 0 \in Y^f, \ f=1, 2, \ldots, F, \qquad (10.2.7)$$

где замкнутость Y^f означает, что векторы затрат — выпуска, которые можно сколь угодно точно аппроксимировать допустимыми векторами затрат — выпуска, сами допустимы; а тот факт, что Y^f содержит начало координат, означает, что любая фирма с технологической точки зрения может не выпускать продукцию или не производить затраты. Также предполагается, что каждое множество производственных возможностей независимо от векторов затрат — выпуска, выбранных другими фирмами (и от структуры покупок потребителей).

Общеэкономический вектор затрат — выпуска $\mathbf{y}$ определяется суммированием векторов затрат — выпуска всех отдельных фирм

$$\mathbf{y}=\sum_{f=1}^{F}\mathbf{y}^f=\Big(\sum_{f=1}^{F}y_1^f, \ \sum_{f=1}^{F}y_2^f, \ \ldots, \ \sum_{f=1}^{F}y_n^f\Big). \qquad (10.2.8)$$

В этой операции суммирования промежуточные продукты, которые считаются положительными для производителей и отрицательными для их потребителей, уничтожаются, и в $\mathbf{y}$ входят только конечный выпуск (измеренный положительно) и первичные ресурсы (измеренные отрицательно).

Общеэкономический вектор затрат — выпуска должен принадлежать *общеэкономическому множеству производственных возможностей* Y, полученному при суммировании множеств производственных возможностей для всех фирм

$$\mathbf{y}\in Y=\sum_{f=1}^{F}Y^f=\Big\{\mathbf{y}\in E^n \,\Big|\, \mathbf{y}=\sum_{f=1}^{F}\mathbf{y}^f; \ \mathbf{y}\in Y^f, \ f=1, 2, \ldots, F\Big\}. \qquad (10.2.9)$$

По сделанным предположениям Y является замкнутым подмножеством пространства товаров, содержащим начало координат. Примем еще несколько допущений, относящихся к общеэкономическому множеству производственных возможностей Y. Во-первых, предполагается, что Y — выпуклое множество, т. е. выпуклые комбинации допустимых общеэкономических векторов затрат — выпуска тоже допустимы

$$\mathbf{y}, \mathbf{z}\in Y \text{ влечет } \alpha\mathbf{y}+(1-\alpha)\mathbf{z}\in Y, \ 0\leqslant\alpha\leqslant 1. \qquad (10.2.10)$$

Для экономики в целом это означает, что в производстве не существует возрастающего дохода от расширения масштаба производства. Во-вторых, считается, что Y не содержит положительных векторов

$$Y\cap\Omega=\{0\}, \qquad (10.2.11)$$

где Ω — неотрицательный ортант

$$\Omega=\{\mathbf{y}\in E^n \mid y_j\geqslant 0, \ j=1, 2, \ldots, n\}. \qquad (10.2.12)$$

Это условие означает, что невозможно производить продукцию, не делая затрат. В-третьих, предполагается, что если ненулевой $\mathbf{y}$ принадлежит Y, то $-\mathbf{y}$ не принадлежит Y, поэтому

$$Y\cap(-Y)\subset\{0\}. \qquad (10.2.13)$$

Это условие выражает тот факт, что производство необратимо в том смысле, что выпуски и затраты нельзя обратить, т. е. производить затраты как выпуски и использовать выпуски в качестве затрат. В-четвертых, считается, что Y содержит неположительный ортант

$$-\Omega\subset Y, \qquad (10.2.14)$$

т. е. можно использовать затраты, но не производить выпуски в том случае, если нет ограничений на использование затрат. Примером общеэкономического мно-

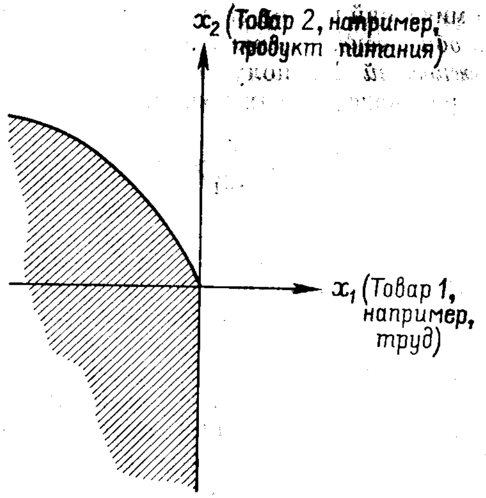

Рис. 10.7. Общеэкономическое множество производственных возможностей.

жества производственных возможностей, удовлетворяющего этим допущениям, может служить заштрихованная область на рис. 10.7 в случае двух товаров, где, например, товаром 1 может быть труд, а товаром 2 — продукт питания. Его граница во втором квадранте характеризует максимальные выпуски продуктов питания для различных объемов затрат труда.

Так как выпуски считаются положительными, а затраты — отрицательными, прибыль фирмы f задается скалярным произведением цены и вектора затрат — выпуска

$$\pi^f = \mathbf{p}\mathbf{y}^f = \sum_{j=1}^{n} p_j y_j^f. \qquad (10.2.15)$$

Общая прибыль всей экономики может быть представлена в виде

$$\pi = \mathbf{p}\mathbf{y} = \mathbf{p}\sum_{f=1}^{F} \mathbf{y}^f = \sum_{f=1}^{F} \pi^f. \qquad (10.2.16)$$

Общая прибыль π максимальна в пределах Y, если, и только если, все фирмы максимизируют свою индивидуальную прибыль π^f в пределах множеств производственных возможностей Y^f. Этот результат следует из того, что максимум линейной функции (прибыли) на каждом из нескольких множеств (множеств производственных возможностей) тождествен максимуму этой функции на сумме множеств (множеств общеэкономических производственных возможностей). Таким образом, в условиях, описанных предпосылками модели, децентрализованная экономика, в которой каждая фирма максимизирует свою собственную прибыль, приходит к той же суммарной прибыли, что и централизованная экономика, в которой максимизируется общая прибыль. Следовательно, выбор между централизацией и децентрализацией зависит от факторов, которые не были рассмотрены здесь, таких, как информация и ее «цена».

Каждый из H потребителей должен выбрать уровни покупок и продаж товаров и услуг (например, покупок продуктов питания, продажи труда) при условии бюджетного ограничения. Потребитель h выбирает вектор потребления $\mathbf{c}^h$ из пространства товаров

$$\mathbf{c}^h = (c_1^h, c_2^h, \ldots, c_n^h)' \in E^n, \qquad (10.2.17)$$

где c_j^h — покупка (продажа) товара j потребителем h; c_j^h считается положительным (отрицательным); $h = 1, 2, \ldots, H$. Вкусы потребителя h характеризуются отношением предпочтения $\succcurlyeq_h$, которое предполагается непрерывным, выпуклым и ненасыщенным [1]. Непрерывность означает, что если один вектор потребления строго предпочтительнее другого, то это строгое предпочтение сохраняется, если оба вектора немного изменятся; выпуклость означает, что при заданном некотором множестве векторов потребления, лежащем на отрезке прямой в пространстве товаров, один из конечных векторов потребления наименее предпочтителен; ненасыщение выражает тот факт, что для заданного некоторого вектора потребления из пространства товаров найдется еще один вектор потребления, который строго предпочтительнее его. Также предполагается, что отношение предпочтения для одного потребителя не зависит от структуры потребления остальных (и структур затрат — выпуска фирм).

Бюджетное ограничение для каждого потребителя означает, что расходы не могут превышать доходов. Рас-

[1] См. гл. 7.

ходы потребителя h задаются скалярным произведением

$$\mathbf{p}\mathbf{c}^h=\sum_{j=1}^{n} p_j c_j^h. \qquad (10.2.18)$$

Доход состоит из стоимости товаров, составляющих начальные запасы, и дохода от участия в фирмах при предположении, что в экономике господствует принцип частной собственности. Начальные запасы потребителя h выражаются ненулевым вектором

$$\mathbf{a}^h=(a_1^h, a_2^h, \ldots, a_n^h)', \qquad (10.2.19)$$

где a_j^h — начальный запас товара j. Кроме этого, потребитель h имеет право на фиксированную долю s^{hf} прибыли фирмы f, где

$$s^{hf}\geqslant 0, \quad \sum_{h=1}^{H} s^{hf}=1. \qquad (10.2.20)$$

Тогда бюджетное ограничение для потребителя h имеет вид

$$\mathbf{p}\mathbf{c}^h\leqslant\mathbf{p}\mathbf{a}^h+\sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^f. \qquad (10.2.21)$$

Общий экономический уровень потребления задается вектором $\mathbf{c}$, полученным суммированием индивидуальных векторов потребления всех потребителей

$$\mathbf{c}=\sum_{h=1}^{H}\mathbf{c}^h. \qquad (10.2.22)$$

Полный объем ресурсов, имеющихся в экономике, определяется вектором $\mathbf{a}$, полученным суммированием начальных запасов всех потребителей

$$\mathbf{a}=\sum_{h=1}^{H}\mathbf{a}^h, \qquad (10.2.23)$$

а стоимость этих ресурсов составляет *богатство* экономики W

$$W=\mathbf{p}\mathbf{a}=\mathbf{p}\sum_{h=1}^{H}\mathbf{a}^h. \qquad (10.2.24)$$

Конкурентное равновесие определяется как ситуация, при которой вектор цен устанавливается на уровне $\mathbf{p}^*$

$$\mathbf{p}^*=(p_1^*, p_2^*, \ldots, p_n^*), \qquad (10.2.25)$$

где p_j^* — равновесная цена j-го товара; равновесный (максимизирующий прибыль) вектор затрат — выпуска каждой фирмы обобщается F векторами-столбцами

$$(\mathbf{y}^{1*}, \mathbf{y}^{2*}, \ldots, \mathbf{y}^{F*}), \qquad (10.2.26)$$

где $\mathbf{y}^{f*}$ — равновесный вектор затрат — выпуска фирмы f; равновесные вектора потребления каждого потребителя характеризуются H векторами-столбцами

$$(\mathbf{c}^{1*}, \mathbf{c}^{2*}, \ldots, \mathbf{c}^{H*}), \qquad (10.2.27)$$

где $\mathbf{c}^{h*}$— равновесный вектор потребления потребителя h. Вектор цен удовлетворяет условиям неотрицательности и «нормальности»

$$\mathbf{p}^*\geqslant 0 \quad \text{и} \quad \sum_{j=1}^{n} p_j^*=1. \qquad (10.2.28)$$

Каждый из векторов затрат — выпуска допустим и оптимален при равновесных ценах; иначе говоря, вектор затрат — выпуска для каждой фирмы максимизирует прибыль, учитывая наличные технологические возможности

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{y}^{f*}\in Y^f \ \text{ и}\\ \pi^{f*}=\mathbf{p}^*\mathbf{y}^{f*}\geqslant\mathbf{p}^*\mathbf{y}^f \ \text{для всех } \mathbf{y}^f\in Y^f\end{array}\right\} f=1, 2, \ldots, F. \qquad (10.2.29)$$

Каждый из векторов потребления удовлетворяет бюджетному ограничению и является оптимальным при равновесных ценах; т. е. для любого потребителя этот вектор самый предпочтительный из всех, удовлетворяющих бюджетному ограничению

$$\left.\begin{array}{c}\mathbf{p}^*\mathbf{c}^{h*}\leqslant\mathbf{p}^*\mathbf{a}^h+\sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^{f*} \ \text{ и}\\ \mathbf{c}^{h*}\succcurlyeq_h\mathbf{c}^h \ \text{для всех } \mathbf{c}^h,\\ \text{удовлетворяющих}\\ \mathbf{p}^*\mathbf{c}^h\leqslant\mathbf{p}^*\mathbf{a}^h+\sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^{f*}\end{array}\right\} h=1, 2, \ldots, H. \qquad (10.2.30)$$

Общее потребление каждого товара не может превышать его выпуска и начальных запасов

$$\mathbf{c}^*\leqslant\mathbf{y}^*+\mathbf{a}^*, \qquad (10.2.31)$$

и если общее потребление (спрос) для некоторого товара строго меньше выпуска плюс начальный запас (предложение), то на этот товар устанавливается нулевая цена

$c_j^* < y_j^* + a_j^*$ влечет за собой $p_j^* = 0, \ j = 1, 2, \ldots, n.$

$$(10.2.32)$$

Эти условия характеризуются следующими соотношениями:

$$\begin{gathered} (\mathbf{c}^* - \mathbf{y}^* - \mathbf{a}^*) \leqslant 0 \\ \mathbf{p}^* (\mathbf{c}^* - \mathbf{y}^* - \mathbf{a}^*) = 0. \end{gathered} \tag{10.2.33}$$

Основная теорема теории общего равновесия утверждает, что при допущениях, сделанных выше, такое конкурентное равновесие существует. Доказательство этой теоремы следует из анализа структуры предложения фирм и структуры спроса потребителей. Предложение фирмы f характеризуется следующим соответствием:

$$\mathbf{S}^f(\mathbf{p}) = \{\mathbf{y}^{f*} \mid \mathbf{y}^{f*} \in Y^f \text{ и } \mathbf{p}\mathbf{y}^{f*} \geqslant \mathbf{p}\mathbf{y}^f \text{ для всех } \mathbf{y}^f \in Y^f\}, \tag{10.2.34}$$

а спрос потребителя h—соответствием следующим требованиям:

$$\mathbf{D}^h(\mathbf{p}) = \Big\{\mathbf{c}^{h*} \mid \mathbf{p}\mathbf{c}^{h*} \leqslant \mathbf{p}\mathbf{a}^h + \sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^f \text{ и } \quad \mathbf{c}^{h*} \succcurlyeq_h \mathbf{c}^h$$

$$\text{для всех } \mathbf{c}^h, \text{ удовлетворяющих } \mathbf{p}\mathbf{c}^h \leqslant \mathbf{p}\mathbf{a}^h + \sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^f\Big\}. \tag{10.2.35}$$

Каждое из этих соответствий представляет собой преобразование точек множества неотрицательных нормированных цен в подмножество пространства товаров. Соответствие для общего избыточного спроса имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}) = \sum_{h=1}^{H} \mathbf{D}^h(\mathbf{p}) - \Big(\sum_{f=1}^{F} \mathbf{S}^f(\mathbf{p}) + \sum_{h=1}^{H} \mathbf{a}^h\Big), \tag{10.2.36}$$

это означает, что общий спрос меньше, чем общее предложение. В условиях равновесия

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}) \leqslant 0 \text{ и } p_j = 0, \text{ если } E_j(\mathbf{p}) < 0. \tag{10.2.37}$$

Если применить теорему Какутани о неподвижной точке, то существование такого равновесия последует из полунепрерывности сверху соответствий для избыточного спроса [1].

[1] Эта теорема могла быть в гл. 9, так как она касается скорее существования, чем оптимальности. Однако она представлена здесь, поскольку, как будет показано далее, из нее вытекают некоторые аспекты оптимальности конкурентного равновесия.

Оптимум по Парето представляет собой множество векторов потребления

$$(\mathbf{c}^{1*}, \mathbf{c}^{2*}, \ldots, \mathbf{c}^{H*}), \tag{10.2.38}$$

которые согласованы с технологией и бюджетными ограничениями и для которых не существует другого множества векторов потребления

$$(\mathbf{c}^1, \mathbf{c}^2, \ldots, \mathbf{c}^H), \tag{10.2.39}$$

удовлетворяющих ограничениям,— такого, что ни один из потребителей не ухудшил своего положения, а по крайней мере один улучшил

$$\begin{gathered} \mathbf{c}^h \succcurlyeq_h \mathbf{c}^{h*} \text{ для всех } h \\ \mathbf{c}^h \succ_h \mathbf{c}^{h*} \text{ для некоторых } h. \end{gathered} \tag{10.2.40}$$

Как было замечено раньше, в общем случае существует много таких ситуаций, оптимальных по Парето.

Первая основная теорема экономики благосостояния утверждает, что конкурентное равновесие представляет собой оптимум по Парето: для равновесия, описанного выше, характерно, что невозможно увеличить хотя бы один уровень полезности, не уменьшив при этом некоторого другого. Эта теорема является основным аргументом в пользу желательности конкурентных рынков. Доказательство ее ведется от противного. Пусть конкурентное равновесие, заданное $(1 + F + H)$ векторами

$$(\mathbf{p}^*; \mathbf{y}^{1*}, \mathbf{y}^{2*}, \ldots, \mathbf{y}^{F*}; \mathbf{c}^{1*}, \mathbf{c}^{2*}, \ldots, \mathbf{c}^{H*}), \tag{10.2.41}$$

не является оптимумом по Парето. Тогда должно существовать другое множество векторов потребления, описанных в (10.2.39), удовлетворяющих (10.2.40). Но если определенное множество векторов потребления (и векторов затрат — выпуска и цен) составляло конкурентное равновесие, то

$$\mathbf{c}^{h*} \succcurlyeq_h \mathbf{c}^h \text{ для всех } \mathbf{c}^h, \text{ удовлетворяющих } \mathbf{p}^*\mathbf{c}^h \leqslant \mathbf{p}^*\mathbf{a}^h + \sum_{f=1}^{F} s^{hf}\pi^f. \tag{10.2.42}$$

Очевидно, что для «некоторого h» из (10.2.40) или $\mathbf{c}^h$ не будет удовлетворять бюджетному ограничению, или $\mathbf{c}^{h*}$ не может входить (быть частью) в конкурентное равновесие. Таким образом, теорема доказана методом от противного; основой доказательства является предположение о ненасыщении отношения предпочтения.

Вторая основная теорема экономики благосостояния утверждает, что любой оптимум по Парето можно представить как некоторое конкурентное равновесие, т. е. с каждым оптимумом по Парето связана система цен и система собственности на ресурсы, которые могут привести к этому особому оптимуму по Парето как к конкурентному равновесию. Так как существует много возможных оптимальных по Парето решений с различными распределениями полезности, эта теорема гарантирует, что можно достичь через конкурентное равновесие одного оптимума по Парето, выбранного из всех на основе справедливости. Для этой теоремы важно, что потребительские предпочтения обладают свойствами выпуклости и ненасыщенности и что технологические возможности выпуклы. Тогда доказательство последует непосредственно из теоремы о разделяющих гиперплоскостях выпуклых множеств. Сущность теоремы проиллюстрирована на рис. 10.8 для случая одного потребителя и одного производителя, где в качестве двух товаров выступают продукт питания и труд, а первоначальных запасов нет. По предположению, предпочтительные множества (точки, лежащие выше некоторой кривой безразличия) и множество производственных возможностей выпуклы [1]. Оптимумом по Парето является просто точка, в которой достигается наивысшая в пределах множества производственных возможностей кривая безразличия. В данном случае в качестве оптимума по Парето выступает точка касания границы множества производственных возможностей (*производственной границы*) и наивысшей достижимой кривой безразличия, где вектор потребления потребителя обозначен через $\mathbf{c}^*$, а вектор затрат — выпуска фирмы — через $\mathbf{y}^*$. Но по предположению выпуклости существует разделяющая гиперплоскость, в данном случае прямая, для которой множество производственных возможностей лежит по одну сторону, а предпочтительное множество, связанное с наивысшей достижимой кривой безразличия,— по другую.

[1] На рис. 10.8 предположена строгая выпуклость как предпочтительных множеств, так и множества производственных возможностей. Для потребителя существует убывающая предельная норма замещения между продуктами питания и досугом, т. е. последовательное уменьшение досуга (увеличение труда) должно быть компенсировано последовательно большим увеличением продуктов питания. Аналогично у производителя имеет место уменьшающаяся отдача при последовательном увеличении трудовых затрат, что влечет за собой уменьшение прироста выпуска продуктов питания. Случай выпуклости, но не строгой, при которой границы предпочтительных множеств (кривые безразличия) и/или граница множества производственных возможностей содержат линейные сегменты, рассматривается в работах Купманса [35] и Макоуэра [53].

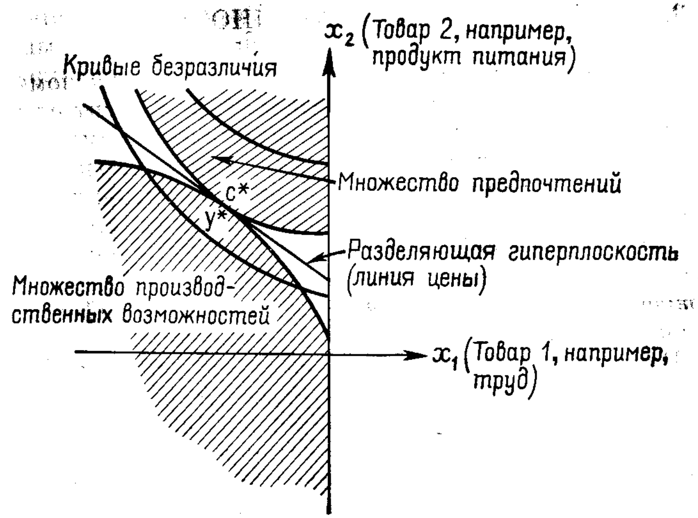

Рис. 10.8. Оптимум по Парето может рассматриваться как конкурентное равновесие.

Гиперплоскость, или *линия цен*, представляет собой набор векторов $\mathbf{z}$, для которых справедливо соотношение

$$\mathbf{p}^*\mathbf{z} = V, \text{ где } V = \mathbf{p}^*\mathbf{c}^* = \mathbf{p}^*\mathbf{y}^*, \qquad (10.2.43)$$

а вектор-строка $\mathbf{p}^*$ является вектором цен, который может привести к оптимуму по Парето в $\mathbf{c}^*$ ($= \mathbf{y}^*$), как к конкурентному равновесию. Потребитель, двигаясь вдоль линии цен, достигает наивысшего уровня полезности $\mathbf{c}^*$, в то время как производитель двигается вдоль производственной границы и достигает наивысшего уровня прибыли в $\mathbf{y}^*$. Линия цен единственна, если предпочтительные множества и множество производственных возможностей строго выпуклы.

10.3. РЫНОЧНАЯ НЕДОСТАТОЧНОСТЬ

Оптимальность по Парето конкурентной экономики, одна из основных теорем благосостояния, зависит от различных предпосылок. Они становятся очевидными в процессе рассмотрения *рыночной недостаточности*, под которой имеется в виду ситуация, когда совершенная конкуренция не ведет к экономическому оптимуму. Главной причиной рыночной недостаточности является прямое воздействие внешних факторов [54, 18, 55]. В этом случае рыночные цены не несут всей нужной информации об экономике.

Под прямым воздействием внешних факторов (externalities) понимается ситуация, при которой, например, полезность одного потребителя зависит не только от его вектора потребления, но и от векторов потребления некоторых других потребителей или векторов затрат — выпуска некоторых фирм. Примерами зависимости полезности от потребления других членов общества могут служить эффекты «как у Джонсов» и мода. Примеры зависимости полезности от структуры затрат — выпуска — загрязнение воды и воздуха. Другим типом внешнего влияния является ситуация, при которой выпуск продукции одной фирмы зависит не только от вектора затрат — выпуска этой фирмы, но и от векторов затрат — выпуска других фирм или от векторов потребления некоторых потребителей. В качестве примера могут выступать два нефтепроизводителя, добывающие нефть из одной залежи.

Другим условием, при котором конкуренция не обязательно должна быть оптимальной, является существование *общественных благ*, потребляемых совместно несколькими членами общества, для которых несправедливо утверждение, что увеличение потребления одного потребителя влечет за собой уменьшение потребления другого [56, 57, 58, 59]. Примеры: национальная оборона, радиовещание и телевидение.

Рыночная недостаточность связана с невыполнением первой основной теоремы экономики благосостояния — оптимальности конкуренции. Вторая основная теорема, возможность достижения оптимума по Парето в процессе конкуренции также теряет смысл, если не удовлетворяются предпосылки, используемые в доказательстве теоремы. Возможно, наиболее важным допущением в этой теореме является предположение выпуклости. Если предпочтительные множества не выпуклы из-за неделимости или возрастающей предельной нормы замещения или множество производственных возможностей не выпукло из-за неделимости или возрастающей отдачи, то в процессе конкуренции оптимум по Парето будет недостижим [1].

10.4. ОПТИМАЛЬНОСТЬ И ФАКТОР ВРЕМЕНИ

До сих пор в процессе анализа не рассматривалась роль времени, особенно роль времени в экономике, которая должна учитывать все будущие периоды времени. Для такой экономики тоже можно ввести понятия оптимальности по Парето и конкурентного равновесия при условии, что будущие вкусы и технология известны [2]. Предполагается, что время измеряется в дискретных единицах

$$t = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \tag{10.4.1}$$

Технология экономики характеризуется технологическим соотношением затрат и выпуска. Предположим, что есть n товаров, служащих и затратами, и выпуском, каждый из которых определяется вектором-столбцом пространства товаров. При условии, что лаг времени равен одному периоду, вектор затрат в момент времени t, $\mathbf{a}_t$ приведет к вектору выпусков $\mathbf{b}_{t+1}$ в момент времени $t+1$, где

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t &= (a_{1t},\ a_{2t},\ \ldots,\ a_{nt})' \\ \mathbf{b}_{t+1} &= (b_{1t+1},\ b_{2t+1},\ \ldots,\ b_{nt+1})'. \end{aligned} \tag{10.4.2}$$

Например, для модели расширяющейся экономики фон Неймана, описанной в разделе 9.5, затраты заданы

[1] Если на рынке существует большое количество торговцев объем операций каждого из которых ничтожно мал по сравнению со всем рынком, условие выпуклости может быть отброшено. Например, даже если предпочтения каждого потребителя не выпуклы, объединение большого числа незначительных потребителей приводит к выпуклым общим предпочтениям. См. [60, 61, 62, 63, 23, 24].

[2] См. [64, 4]; проблема неопределенности рассматривается в работах Дебре [43] и Эрроу [65]. Материал этого раздела содержит динамику, но тем не менее помещен здесь, а не в части V, так как он тесно связан с предыдущим разделом. Соответствующий материал см. в гл. 16.

соотношением $\mathbf{a}_t = \mathbf{A}\mathbf{y}(t)$, в то время как выпуски вычисляются по формуле $\mathbf{b}_{t+1} = \mathbf{B}\mathbf{y}(t+1)$, где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — заданные матрицы, а $\mathbf{y}(t)$ — вектор интенсивностей различных существующих процессов в момент времени t. Однако в модели, представленной здесь, не принимается никаких дополнительных предпосылок касательно затрат и выпусков по отношению к формулировке модели фон Неймана.

Производственные связи в экономике в момент времени t характеризуются двумя векторами $\mathbf{a}_t$ и $\mathbf{b}_{t+1}$, определяющими затраты в момент t и выпуски в момент $t+1$. Во времени производственные связи характеризуются *производственной программой*

$$\{\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_{t+1}\} = \{\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_{t+1} \mid t = 1, 2, \ldots\}. \quad (10.4.3)$$

Производственная программа *допустима*, если она принадлежит заданному множеству производственных возможностей, которое содержит все допустимые комбинации затрат и выпусков во времени. Это множество производственных возможностей определено на бесконечномерном пространстве, которое представляет собой декартово произведение бесконечного числа пространств товаров — одного пространства для каждого периода времени. Это пространство предполагается выпуклым и компактным.

Вкусы в экономике отражаются предположением, что потребление — желаемый результат экономической деятельности, где потребление в любой период времени t задается мгновенной разностью между выпуском и затратами этого периода. Таким образом, вектор-столбец уровней потребления всех n продуктов определяется соотношением

$$\mathbf{c}_t = \mathbf{b}_t - \mathbf{a}_t. \quad (10.4.4)$$

Программа потребления задается последовательностью векторов потребления во времени

$$\{\mathbf{c}_t\} = \{\mathbf{c}_t \mid t = 1, 2, \ldots\}. \quad (10.4.5)$$

Она считается *достижимой*, если существует допустимая производственная программа, при которой составляется рассматриваемая программа.

Достижимая программа потребления *оптимальна по Парето*, если не существует другой достижимой программы потребления, которая бы привела по крайней мере к такому же уровню потребления всех товаров в каждый

период времени и к увеличению потребления некоторого товара в какой-либо один период. Таким образом, для оптимальных по Парето программ потребления одним из способов увеличить потребление одного товара в какой-либо периоде является уменьшение потребления этого товара или какого-либо другого товара в другом периоде или уменьшение потребления какого-нибудь товара в этом периоде.

Цены в экономике в момент времени t отражаются вектором-строкой $\mathbf{p}_t$

$$\mathbf{p}_t = (p_{1t}, p_{2t}, \ldots, p_{nt}), \quad (10.4.6)$$

где цены не отрицательны и нормированы. *Программой цен* является последовательность векторов цен во времени [1]

$$\{\mathbf{p}_t\} = \{\mathbf{p}_t \mid t = 1, 2, \ldots\}. \quad (10.4.7)$$

Конкурентное равновесие определяется как ситуация, при которой установлена программа цен

$$\{\mathbf{p}_t^*\}, \quad (10.4.8)$$

где $\mathbf{p}_t^*$ — равновесный вектор цен в момент времени t; производственная программа

$$\{\mathbf{a}_t^*; \mathbf{b}_{t+1}^*\}, \quad (10.4.9)$$

[1] Поведение цен во времени определяется своими собственными нормами процента, характеризующими степень заинтересованности во владении определенным товаром. *Собственная норма процента* для товара j в интервале времени θ, начинающемся в момент τ, определяется как $\rho^j_{\tau,\theta}$

$$(1+\rho^j_{\tau,\theta})^\theta = \frac{p_{j,\tau+\theta}}{p_{j\tau}}.$$

Например, собственная норма процента на седьмой товар в течение двух периодов, начинающихся в третий период, равна:

$$\rho^7_{3,2} = \left(\frac{p_{7,5}}{p_{\tau,3}}\right)^{\frac{1}{2}} - 1.$$

Другим способом определения процентных норм является выражение их через денежную норму процента — норму процента, которая характеризует степень заинтересованности во владении деньгами, а не во владении товаром. *Денежная норма процента* товара j в интервале времени θ, начинающемся в момент τ, $r^j_{\tau,\theta}$ определяется как

$$(1+r^j_{\tau,\theta})^\theta = \frac{p_{j,\tau}}{p_{j,\tau+\theta}} = \left(\frac{1}{1+\rho^j_{\tau,\theta}}\right)^\theta.$$

где $\mathbf{a}_t^*$ — равновесный вектор затрат в момент времени t; $\mathbf{b}_{t+1}^*$ — равновесный вектор выпуска в момент времени $t+1$; программа потребления

$$\{\mathbf{c}_t^*\} = \{\mathbf{b}_t^* - \mathbf{a}_t^*\}, \qquad (10.4.10)$$

где $\mathbf{c}_t^*$ — равновесный вектор потребления в момент времени t.

Программа цен удовлетворяет условиям неотрицательности и нормализации; производственная программа допустима; следовательно, программа потребления достижима. Производственная программа оптимальна при равновесных ценах в том смысле, что векторы затрат и выпуска максимизируют прибыль в рамках существующей технологии

$$\mathbf{p}_{t+1}^*\mathbf{b}_{t+1}^* - \mathbf{p}_t^*\mathbf{a}_t^* \geqslant \mathbf{p}_{t+1}^*\mathbf{b}_{t+1} - \mathbf{p}_t^*\mathbf{a}_t, \qquad (10.4.11)$$

где $\{\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_{t+1}\}$ — любая допустимая производственная программа. Программа потребления оптимальна при равновесных ценах, т. е. потребление максимально в каждом периоде в рамках существующей технологии

$$\mathbf{c}_t^* \geqslant \mathbf{c}_t, \qquad (10.4.12)$$

где $\{\mathbf{c}_t\}$ — любая достижимая программа потребления.

Тогда теоремы предыдущего раздела можно применить к экономике, описанной здесь. Конкурентное равновесие существует и является оптимумом по Парето; и любой оптимум по Парето может быть достигнут как конкурентное равновесие. Метод доказательства этих теорем заключается в рассмотрении только таких программ, которые продолжаются T периодов; их можно рассматривать, как в предыдущем разделе, считая, что имеют место nT товаров. После этого нужно применить предельный переход при неограниченном возрастании T ($T \to \infty$).

ЗАДАЧИ

10-А. Состояние экономики S считается *лучшим по Парето*, чем другое состояние S', если все потребители предпочитают S или не делают различий между S и S', в то время как какой-нибудь потребитель считает S предпочтительнее S'. Состояние S *безразлично по Парето* состоянию S', если все потребители не делают между ними различий. Состояние S *оптимально по Парето*, если не существует такого допустимого состояния экономики, которое было бы лучше, чем это.

1. Показать геометрически в пространстве полезностей для потребителей множество состояний, содержащее несколько состояний, оптимальных по Парето. Аналогично показать множество состояний, содержащее только одно оптимальное по Парето состояние; множество, содержащее два оптимальных по Парето состояния, и множество, не содержащее оптимальных по Парето состояний.
2. Показать геометрически, что оптимальное по Парето состояние *не* обязательно должно быть лучше по Парето, чем не оптимальное по Парето состояние.
3. Показать, что если есть два оптимальных по Парето состояния, то они либо безразличны, либо несравнимы.

10-Б. Показать, что множество точек, которые являются эффективными в производстве при линейной технологии, описанной в разделе 9.2, выпукло. Проиллюстрировать геометрически в случае двух товаров и четырех неэластично поставляемых ресурсов.

10-В. Показать, используя диаграмму Эджворта — Боули:
1. Если каждый из двух потребителей имеет *«центр наслаждения»* (точку максимума полезности), то для достижения некоторых оптимальных по Парето точек в условиях конкуренции может потребоваться установление отрицательных цен.
2. Оптимум по Парето, в котором один потребитель совсем не потребляет некоторого вида товаров (договорная линия лежит на границе диаграммы Эджворта — Боули), может не быть достигнут как конкурентное равновесие, использующее отрицательные цены.

10-Г. Задача экономики благосостояния в случае $2 \times 2 \times 2$ заключается в максимизации социального благосостояния, заданного функцией потребительских полезностей

$$W = W\,[U^1\,(c_1^1,\ c_2^1,\ U^2\,(c_1^2,\ c_2^2)]$$

при ограничении производственной функции и условий поставки ресурсов

$$c_1^1 + c_1^2 = f_1\,(r_1^1,\ r_2^1)$$
$$c_2^1 + c_2^2 = f_2\,(r_1^2,\ r_2^2)$$
$$r_1^1 + r_1^2 = \bar{r}_1$$
$$r_2^1 + r_2^2 = \bar{r}_2$$

путем выбора неотрицательных уровней потребления и затрат:

$$c_1^1,\ c_2^1,\ c_1^2,\ c_2^2 \geqslant 0$$
$$r_1^1,\ r_2^1,\ r_1^2,\ r_2^2 \geqslant 0.$$

1. Используя метод классического программирования, показать, что условия первого порядка для решения классической задачи максимизации выражаются геометрическими и алгебраическими условиями из раздела 10.1. Вывести также условия второго порядка.
2. Показать, что оптимальные множители Лагранжа можно интерпретировать как цены и платы за факторы (в условиях конкуренции или при установлении цен центральным органом планирования), приводящие к оптимальным уровням потребления и затрат.
3. Найти показатели чувствительности решения к изменениям общих уровней неэластично поставляемых ресурсов $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$.
4. Предположим, что ограничения имеют форму неравенства

$$c_1^1 + c_1^2 \leqslant f_1\,(r_1^1,\ r_2^1) \text{ и т. д.}$$

Вывести и интерпретировать условия Куна — Таккера соответствующей задачи нелинейного программирования.

10-Д. В последней задаче предположим, что ресурсы принадлежат потребителям, каждый из которых максимизирует полезность при условии бюджетного ограничения

$$\max\ U^h = U^h\,(c_1^h,\ c_2^h) \text{ при условии, что}$$
$$p_1 c_1^h + p_2 c_2^h = w_1 r_{h1} + w_2 r_{h2} = I^h,$$

где r_{hi} — количество ресурса i, принадлежащее потребителю h; p_j — цена товара j; w_i — оплата ресурса i и I^h— доход потребителя h. Конечно, справедливы следующие соотношения:

$$c_j^1 + c_j^2 = f_j\,(r_1^j,\ r_2^j)$$
$$r_{1i} + r_{2i} = \bar{r}_i = r_i^1 + r_i^2.$$

1. Найти цены, оплаты и объемы ресурсов, принадлежащие каждому потребителю и максимизирующие социальное благосостояние. Связать ответ с п. 2 предыдущей задачи.
2. Показать, как могут быть компенсированы изменения в объемах ресурсов, принадлежащих потребителям, за счет изменения цен и оплаты.

10-Е. В случае $2 \times 2 \times 2$ функция социального благосостояния имеет вид

$$W = W\,[U^1,\ U^2].$$

Косвенные функции полезности определяются соотношениями

$$U^{h*} = U^{h*}\,(\mathbf{p},\ I^h),$$

где $\mathbf{p}$ — вектор цен, а I^h — доход потребителя h (см. задачу 7-И). Таким образом, *косвенная функция благосостояния* примет вид

$$W^* = W\,[U^{1*}\,(\mathbf{p},\ I^1),\ U^{2*}\,(\mathbf{p},\ I^2)] = W^*\,[\mathbf{p},\ I^1,\ I^2].$$

Она показывает зависимость оптимального благосостояния от цен и доходов.

1. Показать, что $\partial W/\partial \mathbf{p} < 0$ и $\partial W^*/\partial I^h > 0$, $h = 1{,}2$.
2. Предположим, $I^{1*}\,(W,\ \mathbf{p},\ I^2)$ — минимальный уровень дохода потребителя 1, необходимый для достижения уровня благосостояния W, если цены — $\mathbf{p}$, а доход потребителя 2 равен I^2. Найти

$$\frac{\partial I^{1*}}{\partial W},\quad \frac{\partial I^{1*}}{\partial \mathbf{p}},\quad \frac{\partial I^{1*}}{\partial I^2}.$$

10-Ж. Показать, что простая дискриминация цен, при которой цены заданы, но различаются у потребителей и у фирм, не может быть оптимальной по Парето.

10-З. Показать: теорема, утверждающая, что конкурентное равновесие оптимально по Парето, требует принятия допущения о том, что предпочтения каждого потребителя характеризуются ненасыщением.

10-И. Показать на графиках, аналогичных рис. 10.8.

1. Не обязательно существует вектор цен, при котором достигается оптимум по Парето в процессе конкуренции, если предпочтительные множества или множество производственных возможностей не выпуклы.
2. Может существовать много векторов цен, при которых достигается оптимум по Парето в условиях конкуренции, если предпочтительные множества и множество производственных возможностей выпуклы, но не строго.