Дифференциальный анализ развития малых предприятий, использующих кредитно-инвестиционный ресурс.

Егорова Н.Е., Хачатрян С.Р.

Проблема финансирования малого предпринимательства является едва ли не самой острой на всем протяжении осуществляемых в нашей стране экономических реформ.

Она разделяется на две более частных проблемы : размер стартового капитала и емкость источников поддержания и развития малого предприятия [1].

Величина стартового капитала (порог первоначальных инвестиционных вложений, ниже которого малый бизнес становится не только невыгодным, но и нежизнеспособным) в значительной степени определяется, как правило, низким уровнем благосостояния российских предпринимателей, решивших начать собственное дело, и поэтому недостаточна для эффективного функционирования малого предприятия.

Его внутренние источники развития (прибыль, амортизационные, различные резервные и страховые фонды) также не могут рассматриваться в качестве серьезной финансовой основы, позволяющей ему развиваться и выживать в сложных условиях становления рыночных отношений. Государственная финансовая поддержка российского малого бизнеса (играющая в развитых странах существенную роль) имеет эпизодический характер, невелика по размеру и , как правило, не доходит до адресата.

В этих условиях потенциальным поставщиком финансово-инвестиционного ресурса может быть банковская система, сосредоточившая значительные запасы сбережений физических лиц и доходов юридических лиц. Однако, сложившийся в стране инвестиционный климат не благоприятен для кредитования малых предприятий. Коммерческий кредит, недоступен из-за того, что малое предпринимательство - сфера повышенного риска, и банки неохотно идут на его кредитование. Препятствиями в использовании кредита становятся вопросы обоснования кредитов, их доступности для малых предприятий, предоставление им различных льгот по возвращении долга и т.д.

Решение этих вопросов в каждом конкретном случае осуществляется на основе известных методик по обоснованию кредитно-инвестиционных вложений [2].

Не менее важен концептуальный анализ основных тенденций и закономерностей развития малых предприятий, использующих кредитно-инвестиционный ресурс. Следует иметь в виду, что исследование проблем кредитно-инвестиционной политики в секторе малого бизнеса существенно осложняется и теоретико-методическими трудностями. Как правило, оно ограничивается лишь качественными методами анализа, между тем, как сложность возникающих задач требует применения количественных методов, и, в частности, методов экономико-математического моделирования, адаптированных к специфике изучаемого экономического объекта - малого предприятия. Однако, в настоящее время необходимый экономико-математический инструментарий практически отсутствует. Данная работа в значительной степени восполняет имеющийся здесь пробел, предлагая читателю целый спектр экономико-математических моделей различного типа, использующих аппарат дифференциального исчисления и теории дифференциальных уравнений. При этом основными операционными понятиями являются производственные функции экономических объектов, а так же концепции динамики экономических систем, экономического равновесия и согласования экономических интересов. Фактор неопределенности внешней среды малого предприятия, функционирующего в условиях реформируемой экономики, учитывается в этих моделях с помощью вариантного и теоретико-множественного подходов.

Рассмотрим серию агрегированных моделей малого предприятия, взаимосвязи между переменными которых представлены системой функций, непрерывных от фактора времени.

Модель МП - модель динамики малого предприятия с участием внешних инвестиций как формы государственной поддержки

Считаем, что малое предприятие может развиваться как за счет внутренних источников (прибыли), так и за счет внешней финансовой поддержки в виде инвестиций. Основные производственные фонды являются единственным лимитирующим фактором, определяющим выпуск продукции. Малое предприятие функционирует при неизменной технологии, что предполагает постоянство его фондоотдачи.

С учетом сделанных предпосылок производственная деятельность описывается однофакторной производственной функцией типа Леонтьева, а темпы развития предприятия определяются динамикой основных производственных фондов [3].

Зависимости между основными переменными модели малого предприятия представлены следующей системой уравнений:

$$P(t) = f \cdot A(t); \quad (1.1)$$

$$M^{об}(t) = (1-c) \cdot P(t); \quad (1.2)$$

$$M(t) = M^{об}(t) - N(t); \quad (1.3)$$

$$N(t) = \tau_1 P(t) + \tau_2 k_\Lambda (1-\xi) M(t); \quad (1.4)$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi M(t) + I(t); \quad (1.5)$$

$$t \in [0,T]; \quad \xi \in [0,1]; \quad k_\Lambda \in (0,1], \quad (1.6)$$

где

$P(t)$ - выпуск продукции в момент t в стоимостном выражении,

f - показатель фондоотдачи;

$A(t)$ - стоимость основных производственных фондов,

$M^{об}(t)$ - общая прибыль МП,

$M(t)$ - чистая прибыль за вычетом налоговых отчислений,

$N(t)$ - сумма налоговых отчислений,

τ_1, τ_2 - ставки налогообложения на объем выпуска и прибыль

k_Λ - коэффициент, отражающий долю ~~реинвестируемых~~ средств прибыли, не имеющих льгот по налогообложению (с учетом того, что не все реинвестируемые средства освобождаются от налогов *)), и оцениваемый статистическим путем,

$I(t)$- внешние инвестиции, выдаваемые предприятию на безвозмездной основе.

При этом уравнения имеют следующий смысл:

(1.1) - определяет линейную производственную функцию малого предприятия;

(1.2) - описывает процесс формирования его общей прибыли за вычетом издержек производства;

(1.3) - характеризует величину чистой прибыли за вычетом общей суммы налоговых отчислений;

(1.4) - представляет собой упрощенный алгоритм расчета налоговых отчислений, складывающихся из налогов двух видов: а) - зависящих от объемов производства (с оборота, НДС); б) - начисляемых на прибыль. При этом льготы, предоставляемые предприятиям, реинвестирующим свою прибыль в производство, учитываются с помощью доли инвестиционных отчислений ξ и коэффициента k_Λ ~~(величина его обычно зависит от границы действия льгот $\xi \le \hat{\xi}$)~~;

(1.5) - динамику прироста основных производственных фондов за счет собственных средств и внешних инвестиций.

Подставляя уравнения (1.2) и (1.4) в соотношение (1.3), получаем:

$$\begin{aligned} M(t) &= (1-c)P(t) - \tau_1 P(t) + \tau_2 k_\Lambda (1-\xi) M(t) = \\ &= P(t)[(1-c) - \tau_1] + \tau_2 k_\Lambda (1-\xi) M(t). \end{aligned} \qquad (1.7)$$

Выражая явным образом переменную $M(t)$ в соотношении (7), имеем:

$$M(t) = \frac{1-c-\tau_1}{1-\tau_2 k_\Lambda (1-\xi)} P(t). \qquad (1.8)$$

Отсюда, подставляя (1.8) в (1.5), получаем:

$$\frac{dA}{dt} = \hat{a}P(t) + I(t), \qquad (1.9)$$

где

---

*) Величина облагаемых налогом средств больше ~~суммы~~ остатка прибыли после ~~суммы~~ реинвестирования ($k_\Lambda > 1$), так как: 1) не на все ~~какие~~ целевые категории реинвестируемых средств распространяются льготы; 2) существует граница действия льгот $\hat{\xi}$; при $\xi > \hat{\xi}$ льготы на реинвестиции отсутствуют.

$$\hat{a} = \frac{(1-c-\tau_1)\xi}{1-\tau_2 k_\Lambda (1-\xi)}.$$

Или, учитывая (1.1), получаем окончательно дифференциальное уравнение, к которому сводится система соотношений (1.1)-(1.4), имеющее следующий вид:

$$\frac{dA}{dt} = aA(t) + I(t) \tag{1.10}$$

где

$$a = f\hat{a}.$$

Рассмотрим три случая динамики инвестиций I(t):

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & I(t) = I_0 = const; \\ 2) & I(t) = \beta t; \\ 3) & I(t) = B\exp\{\beta t\}. \end{array}\right\} \tag{1.11}$$

Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами (1.7) 10 для рассматриваемых правых частей имеет соответственно вид:

$$A(t) = (A_0 + \frac{I_0}{a})\exp\{at\} - \frac{I_0}{a}, \tag{1.12}$$

$$A(t) = (A_0 + \frac{\beta}{a^2})\exp\{at\} - \frac{\beta}{a^2}(at+1), \tag{1.13}$$

$$A(t) = [A_0 + \frac{B}{(a-\beta)}]\exp\{at\} - [\frac{\beta}{(a-\beta)}]\exp\{\beta t\}. \tag{1.14}$$

Сопоставляя темпы роста основных фондов для различных вариантов инвестирования малого предприятия, убеждаемся в том, что они, как и следовало ожидать, более высокие в случае ~~при более~~ интенсивной финансовой поддержки. Однако, они также зависят и от параметров, характеризующих деятельность рассматриваемого экономического объекта. Так, при $t \to \infty$ темпы роста основных фондов определяются переменными $\frac{I_0}{a}$, $\frac{\beta}{a^2}$, $\frac{B}{(a-\beta)}$, которые существенно зависят от структурных характеристик рассматриваемой системы (малого предприятия).

Аналогичный анализ может быть проведен для других типов малых предприятий, производственный процесс которых описывается другими производственными функциями.

Модель М2 - модель динамики малого предприятия с нелинейными производственными функциями

Динамика развития малых предприятий часто характеризуется значительной нелинейностью. Так, на первых стадиях их роста могут наблюдаться значительные темпы развития, которые затем сменяются затухающей динамикой [3] (см. рис.1.).

Рис.1.

Для описания функционирования новообразованного малого предприятия, заполнившего относительно "свободную нишу" и имеющего высокий потенциал развития, может быть использована степенная функция вида

$$F(t) = \gamma A(t)^{\alpha}. \qquad (2.1)$$

Заметим, что она является частным случаем (при ~~лимитирующем~~ доминирующем факторе основных производственных фондов) известной функции Кобба-Дугласа, имеющей вид:

$$F(t) = \gamma A(t)^{\alpha} L^{\lambda}, \quad \alpha + \lambda = 1, \qquad (2.2)$$

где

γ - параметр этой функции,

L - трудовые ресурсы,

α и λ - коэффициенты эластичности замены основных фондов и труда соответственно. Рассмотрим малое предприятие, деятельность которого описывается производственной функцией (2.1) - будем считать выполненными все остальные предпосылки модели М1.

Используя соотношение (1.9), получаем основное уравнение динамики малого предприятия в случае степенной производственной функции, которое имеет вид:

$$\frac{dA}{dt} = \bar{a}[A(t)]^{\alpha} + I(t) \qquad (2.3)$$

где

$\bar{a} = \gamma\hat{a}$

Анализ уравнения (2.3) показал, что оно неразрешимо в явном виде для некоторых видов правых частей. Так, для случаев $I(t) = I_0 = const$ и $I(t) = \beta t$ это уравнение целесообразно решать приближенными методами [7].

В то же время для частного случая $I_0 = 0$ оно преобразуется в однородное уравнение Бернулли, решение которого может быть найдено методом подстановки:

$$x(t) = \frac{1}{[A(t)]^{\alpha}} \qquad (2.4)$$

Для малого предприятия могут быть использованы также функции, отражающие процесс насыщения производства продукции:

$$P(t) = P(0) + \hat{p}[1 - \exp\{-A(t)\}], \qquad (2.5)$$

где

$P(0)$ - начальный уровень производства,

$\hat{p}$ - некоторый предел насыщения: $P(t) \to P(0) + \hat{p}$ при $t \to \infty$ (см. рис.1.).

Функция (2.5) отражает процесс роста малого предприятия до некоторого предела (асимптоты), определяемого внешними условиями (например, сбытом продукции, максимально возможным уровнем интенсификации труда небольшого штата сотрудников и т.д.). При этом дальнейшее падение производства в условиях мобильности малого бизнеса почти всегда означает свертывание производства и организацию нового дела; поэтому случаи снижения выпуска продукции в данной модели не рассматриваются.

Используя полученное ранее соотношение (1.9), отражающее связь между динамикой основных производственных фондов и производственной функцией при наличии внешних инвестиций, получаем:

$$\frac{dA}{dt} = \tilde{a}_1 - \tilde{a}_2 \cdot \exp\{-A(t)\} + I(t), \qquad (2.6)$$

где

$$\tilde{a}_1 = \hat{a}[P(0)+\hat{p}], \quad \tilde{a}_2 = \hat{a}\cdot\hat{p}.$$

В том случае, если динамика внешних инвестиций известна и задана соответственно соотношениями:

$$I(t) = const, \tag{2.7}$$

$$I(t) = \beta_1 \cdot \exp\{\beta_2 t\}, \tag{2.8}$$

из нелинейного дифференциального уравнения (2.6) получаем следующие варианты динамики основных производственных фондов:

1) для постоянных инвестиций $I(t) = I_0$:

$$A(t) = \ln[\tilde{c}(t)\cdot\exp\{(\tilde{a}_1 + I_0)\cdot t\} - \tilde{a}_2\cdot t], \tag{2.7}$$

где

$$\tilde{c}(t) = -\tilde{a}_2\cdot(\tilde{a}_1 + I_0)\left[\left(t + \frac{1}{\tilde{a}_1 + I_0}\right)\cdot\exp\{-(\tilde{a}_1 + I_0)\cdot t\}\right];$$

2) для растущих с темпом β_2 инвестиций:

$$A(t) = \ln[\tilde{c}(t)\cdot\exp\{(\tilde{a}_1 + I_0)\cdot t\} - \tilde{a}_2\cdot t], \tag{2.8}$$

где

$$\tilde{c}(t) = -\left[\frac{\tilde{a}_2\cdot\beta_1\cdot t + 1}{\beta_2 - \tilde{a}_1 - I_0}\cdot\exp\{[\beta_2 - (\tilde{a}_1 + I_0)]\cdot t\}\right].$$

Модель М3 - малого предприятия, привлекающего единовременный кредитный ресурс при условии равномерного погашения долга.

Исследуем динамику малого предприятия, функционирующего в условиях, описанных гипотезами модели М1, но без государственной поддержки: $I(t) = 0$. Рассмотрим ситуацию единовременного кредитования малого предприятия, которое осуществляет равномерное погашение долга с учетом начисления процентов, что сказывается на его показателях прибыли (возмещение основного долга) и себестоимости (затраты, связанные с выплатой процента).

Считаем, что предоставление единовременного кредита в момент времени $t = 0$ в размере K_0 отражается в модели путем увеличения стоимости начальных основных производственных фондов A_0 на сумму кредита K_0. По кредиту начисляются сложные проценты, непрерывным аналогом которых, является функция e^{rt}. Таким образом, размер долгового обязательства D(T), погашаемого к моменту t составляет величину

$$D(t) = K_0 e^{rt}; \forall\, t = \overline{0,T}, \tag{3.1}$$

При условии равномерного погашения долга, выданного на период T, величина выплачиваемой в каждый момент t суммы долговых обязательств Z(t) является постоянной и рассчитывается следующим образом:

$$Z(t) = \frac{K_0 e^{rT}}{T} = \text{const}. \tag{3.2}$$

Величина $Z(t)$ представима в виде суммы двух слагаемых: $\hat{S}$ - части основного долга в момент t; $\hat{s}$ - процентов, выплачиваемых в этом же периоде:

$$Z(t) = \frac{K_0 e^{T}}{T} = \frac{K_0\left(e^{rT} - 1\right) + K_0}{T} = \hat{S} + \hat{s}, \tag{3.3}$$

где

$$\hat{S} = \frac{K_0}{T},$$

$$\hat{s} = \frac{K_0\left(e^{rT} - 1\right)}{T}.$$

Константа $\hat{S}$ уменьшает прибыль малого предприятия M(t) для каждого t, а константа $\hat{s}$ - обусловливает рост удельной себестоимости следующим образом:

$$\tilde{c} = c + \frac{\hat{s}}{P(t)}, \tag{3.4}$$

где

$\tilde{c}$ - новая удельная себестоимость.

С учетом сделанных предположений система соотношений модели малого предприятия М3 может быть переписана следующим образом:

$$\tilde{A}_0 = A_0 + K_0 \tag{3.5}$$

$$P(t) = fA(t) \tag{3.6}$$

$$M^{об}(t) = (1 - \tilde{c})P(t) \tag{3.7}$$

$$M(t) = M^{об}(t) - N(t) \tag{3.8}$$

$$N(t) = \tau_1 P(t) + \tau_2 k_{\wedge}(1 - \xi) \cdot M(t) \tag{3.9}$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi\left[M(t) - \hat{S}\right] \qquad (3.10)$$

Заметим, что уравнение (3.7) имеет следующий вид.

$$M^{об}(t) = [1 - c - \frac{\hat{s}}{P(t)}]P(t) = (1 - c)P(t) - \hat{s}. \qquad (3.11)$$

Сопоставим уравнение (3.10) с уравнением (1.5), а уравнение (3.11) с уравнением (1.2).

Очевидно, что решение рассматриваемой системы уравнений (3.5)-(3.10) с точностью до константы совпадает с полученным ранее решением системы (1.1)-(1.7) (при $I_0 = -\xi \cdot \hat{s}$ и $\tilde{A}_0 = A_0 + K_0$ обе системы эквивалентны) и представляет собой следующее соотношение:

$$A(t) = \left[(A_0 + K_0) - \frac{\xi \cdot \hat{S}}{\hat{a}}\right] \cdot \exp\{\tilde{a} \cdot t\} + \frac{\xi \cdot \hat{S}}{\hat{a}}, \qquad (3.12)$$

где

$$\tilde{a} = \frac{1 - c - \hat{s} - \tau_1}{1 - \tau_2 \cdot (1 - \xi)} \cdot \xi \cdot f.$$

Анализ соотношения (3.12) свидетельствует о том, что темп роста системы в значительной степени определяется показателем экспоненты $\tilde{a}$, зависящим, главным образом, от внутреннего экономического механизма малого предприятия; тем не менее соотношение констант, определяющих условия кредитования и формирующих сомножитель экспоненты, может существенно повлиять на динамику его основных производственных фондов. Таким образом кредит может стать непосильным бременем для предприятия.

Таким образом, важным вопросом является исследование доступности кредита для малого предприятия.

Анализ модели М3 свидетельствует о том, что для обеспечения роста малого предприятия должны быть выполнены два условия:

1). Необходимое нужен (размер процентов не должен превышать общей прибыли, соотношение (3.7)):

$$M^{об}(t) = (1 - \xi)P(t) - \hat{s} > 0.$$

2). Достаточное нужен (размер чистой прибыли должен превышать долговые обязательства, соотношение (3.10)):

$$\frac{dA}{dt} > 0 \quad \text{или} \quad M(t) - \hat{S} > 0 \quad \text{при} \quad \xi > 0.$$

В экономических исследованиях величина доступности кредита обычно оценивается индикатором $\mu(t)$, который вычисляется как отношение долгового обязательства $S(t)$ к величине $M(t)$:

$$\mu(t)=\frac{S(t)}{M(t)}=\frac{\hat{S}}{M(t)}. \qquad (3.13)$$

При $\mu(t)\le 1$ кредит в момент t является доступным, при $\mu>1$ - соответственно недоступным. Условие (3.13) определяет соотношение параметров, входящих в $\hat{S}$ и $M(t)$, и обеспечивающих доступность кредитов для малого предприятия. В данном случае имеем:

$$\mu(t)=\frac{K_0}{T}\Bigg/\left[\frac{1-c-\hat{s}-\tau_1}{1-\tau_2\cdot k_{\wedge}(1-\xi)}\cdot f\cdot A(t)\right],$$

где

$A(t)$ - решение системы соотношений М3 имеющее вид (3.12).

Таким образом, при достаточно быстром росте $A(t)$ обеспечивается $\mu(t)<1$.

Некоторые обобщения динамической модели развития малого предприятия в условиях кредитования - модель М4

В этой части работы нами рассматриваются некоторые ~~направленные~~ обобщения динамических моделей развития предприятия малого ~~бизнеса~~ М1-М3 в условиях ~~при~~ его кредитования ~~которая была нами поставлена и достаточно подробно исследована в первых трех частях настоящей статьи (модели М1-М3)~~.

Здесь, как и ранее, основным является уравнение динамики фондов (капитала) малого предприятия $A(t)$, связанное с выбытием изношенных фондов с темпом μ, инвестированием средств в виде доли $\xi(t)$ от чистой прибыли, обозначаемой через $R(t)$, за вычетом платежей за кредит, так и кредитных ресурсов $I(t)$. В этих обозначениях, как и ранее, имеем следующее линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка:

Лекция 5

Егорова
12.12.97г.

Вопросы к экзамену

(1)

1. Место имитац. модел. в сист. моделей
для больших предприятий + ?

2. Определение имитац. модели 3. Пример имитац. модели для самост.-технол. объекта
4. Примеры взаим. имитац. модели с моделями других типов 5. Роль человеч. фактора

2 лекция
см. тетрадь

6. Основные посылки имит. модели пред-па и концепт. схема модели

7. Основное содерж. сист. соотношений упрощенного варианта модели предприятия (E')

8. Функции стимулирования модели предпр-тия

9. Согласование имит. модели предпр. с имитац. моделью производств. программ

Лекция 3

10. Понятие малого предпр. и его отличит. особенности в условиях переходного периода

11. Отличит. особ-ти модел. малого предприятия по сравн. с базовой моделью E.

12. Соотнош. эконом. симбиоза при модел. малого предпр.

? 13. Особ-ти построения произв. ф-ции малого предпр., учитыв. различные виды его деят-ти